S t u d i a   P h i l o s o p h i c a
W r a t i s l a v i e n s i a
vol. IX, fasc. 4 (2014)

BARTŁOMIEJ SKOWRON
Uniwersytet Papieski Jana Pawła II
Kraków

O kombinacyjnej topo-ontologii[1]

1. Perzanowskiego ontologia i ontologika kombinacyjna

J. Perzanowski wyróżnił[2] trzy główne płaszczyzny rozważań ontologicznych: byt, myśl i język. Każda z tych płaszczyzn ma swoje ontologie, np. ontologia przedmiotów i własności lub ontologia mereologiczna, lub ontologia zdarzeń są ontologiami bytu, ontologia pojęć jest ontologią myśli, ontologia kategorialna lub ontologia form orzeczeń imiennych to ontologie języka. Szczególnie ważne są ontologie bytu, wśród nich zaś pozycję podstawową zajmuje ontologia kombinacyjna. Ontologia kombinacyjna to ontologia elementów i ich kombinacji. Podstawowym, niesprowadzalnym już do niczego innego rodzajem obiektów są elementy (np. monady Leibniza, przedmioty proste Wittgensteina). W porządku ontologicznym elementy nie są proste, posiadają bowiem wnętrza. To zawartość ich wnętrza decyduje o tym, które z nich mogą się połączyć, które zaś nie mogą występować w zestawieniu. Zawartość ich wnętrza konstytuuje również jakość czy formę możliwych połączeń.

Ontologia ma trzy składowe: ontykę, ontometodykę i ontologikę. Ontyka to pojęciowa część ontologii, ontometodyka jest metodyczną częścią swojej ontologii, ontologika zaś jest logiką uniwersum rozważanej ontologii. J. Perzanowski zbudował ontologikę ontologii kombinacyjnej, krócej ontologikę kombinacyjną. Poniżej przedstawiamy w zarysie jej podstawowe idee[3].

---

[1] Dziękujemy dr. P. Borodulinowi-Nadziei za uwagi i wskazówki do pierwszej wersji tekstu, uwagi te pozwoliły na uniknięcie części matematycznych nieścisłości oraz wskazały na nowe drogi rozwoju przedstawianych idei. Pełna odpowiedzialność za przedstawione treści spoczywa, rzecz jasna, na autorze.

[2] J. Perzanowski, *Ontologie i ontologiki*, „Studia Filozoficzne” 6–7 (1988), s. 91.

[3] Ontologika kombinacyjna Perzanowskiego była przedmiotem naszych studiów wielokrotnie. Ostatnio wspólnie z K. Siemieńczukiem przedstawiliśmy jej ujęcie wykorzystujące pewne techniki obliczeniowe, zob. K. Siemieńczuk, B. Skowron, *Toward computational combination ontologic*, [w:] *Współczesna teoria i praktyka badań społecznych i humanistycznych*, t. 2, J. Juchnowski, R. Wiszniowski, J. Zygmunt (red.), Toruń 2013, s. 142–151.

© for this edition by CNS

1.1. Podstawowe pojęcia ontologiczne

Na uniwersum ontologiczne $\mathcal{U}$ składają się obiekty wraz z dwiema dwuargumentowymi relacjami: relacją bycia prostszym $\sqsubset$, nazywaną też relacją bycia częścią oraz relacją umożliwiania $\prec$. Pierwotnie relacje te różnią się od siebie, choć można, i my później tak zrobimy, je utożsamić. Pośród obiektów uniwersum $\mathcal{U}$ na pierwszym etapie wyróżniamy *superelementy*, *elementy*, *substancje* i *kompleksy*.

Mówimy, że $x \in \mathcal{U}$ jest *superelementem*, gdy $\forall y(x \sqsubset y)$, x jest elementem, gdy $\forall y(y \sqsubset x \rightarrow x = y \vee y$ jest superelementem). Ogół elementów z uniwersum $\mathcal{U}$ nazywamy *substancją* uniwersum $\mathcal{U}$. Ogół elementów prostszych $\{y : y \sqsubset x\}$ od ustalonego $x \in \mathcal{U}$ nazywamy *substancją* x. Obiekt x nazywamy kompleksem, gdy nie jest elementem.

Na drugim etapie wyróżniamy pojęcia czysto ontologiczne, jak obiekty *koherentne*, *współmożliwe*, *ufundowane*, *ontycznie owocne*, *konieczne*, *centralne* oraz *sytuacje* i *światy możliwe*. Filozoficzną siłą projektu ontologii kombinacyjnej Perzanowskiego jest fakt, że te tradycyjne pojęcia metafizyczne i szerzej ontologiczne można w jej ramach ściśle zdefiniować i skutecznie badać.

Obiekt x jest *koherentny*, gdy umożliwia sam siebie, gdy źródło jego bycia tkwi w nim. Obiekty x i y są *współmożliwe*, gdy nawzajem się umożliwiają. Jeśli istnieje obiekt y, taki, że $y \prec x$, to mówimy, że x jest *ufundowany*. Obiekty ufundowane oraz relacja ufundowania była przedmiotem wielu ontologicznych badań[4]. Obiekt x jest *ontycznie owocny*, gdy x coś umożliwia. Zauważmy, że obiekt koherentny jest owocny, ponieważ umożliwia sam siebie. Jeśli x posiada część y taką, że y umożliwia z, to powiemy, że z istnieje *eminentnie* w x. Obiekt x jest *konieczny*, gdy wszystko go umożliwia, jest zaś *centralny*, gdy x wszystko umożliwia. Kompleks, który jest umożliwiony przez substancję, nazwiemy *sytuacją*. Sytuacje maksymalne względem relacji bycia prostszym to *światy możliwe*.

Dla Perzanowskiego, podobnie jak dla Platona, podstawowym problemem ontologicznym było *rozbicie* na części i *złożenie* w całość, problem *Jedno–Wiele*. W jego klasyfikacji ontologii ontologia kombinacyjna zajmuje zatem wyróżnioną pozycję. Pomimo że wyliczył 17 odmian ontologii[5], nie roszcząc zresztą praw do zupełności tej klasyfikacji, nie twierdził, że skutkują one rozczłonkowanym obrazem świata. Przeciwnie,

> Wielość ontologii nie jest bezzasadna. Badamy wszak różne aspekty bytu. Pełny jego obraz wyłania się dopiero przez porównanie[6].

Co więcej, uprzywilejowana rola ontologii kombinacyjnej polega m.in. na tym, że będąc podstawą, porządkuje inne ontologie w pewien ciąg.

---

[4] Zob. M. Rosiak, *Ontologia ufundowania. Ogólna teoria całości i części w „Badaniach logicznych” Edmunda Husserla*, „Filozofia Nauki” 1–2 (1995), s. 25–63 oraz M. Rosiak, *Formalizacja ontologii ufundowania*, „Filozofia Nauki” 4 (1996), s. 41–80. Zobacz również K. Fine, *Part–whole*, [w:] *The Cambridge Companion to Husserl*, B. Smith, D.W. Smith (red.), Cambridge 2006, s. 463–485

[5] J. Perzanowski, *Ontologie i ontologiki*, s. 91–98.

[6] *Ibidem*, s. 98.

© for this edition by CNS

Wydaje się bowiem, że ontologie tworzą system. Ontologia kombinacyjna jest pierwsza. Jest ona teorią kombinacji i elementów. Teorią substratu ontycznego. Na niej nadbudowane są ontologia zdarzeniowa i transformacyjna, będące teoriami dynamiki kombinacji, ich przekształceń. Zdarzenie jest przekształceniem kombinacji, transformacja — sposobem przekształcenia[7].

Ontologika kombinacyjna to potężne narzędzie do uprawiania *filozofii logicznej*, filozofii *modulo* logika, jak zwykł mawiać J. Perzanowski. Potrzebne jednak są narzędzia, które są wrażliwe na aspekty nie tylko logiczne, ale również ogólniejsze, strukturalne *largo sensu*. Dlatego proponujemy ontologikę kombinacyjną poszerzyć o nowe pojęciowe oprzyrządowanie pochodzące ze współczesnej matematyki. Tym samym termin *filozofia logiczna* proponujemy uogólnić do *filozofii matematycznej*, filozofii *modulo* matematyka. W szczególności filozofii *modulo* topologia, ale także *modulo* analiza funkcjonalna, *modulo* algebra itd.

2. Topo-ontologia kombinacyjna

Obiekty uniwersum ontologicznego zgodnie z myślą Perzanowskiego łączą się w zestawy na podstawie wewnętrznych nacechowań. Proponujemy jednak ograniczyć możliwości złożeń tylko do wybranych. Nie każde pogrupowanie obiektów jest „dobrym" pogrupowaniem. Poniżej przedstawiamy propozycję definicji możliwych sposobów połączeń. Niech X będzie zbiorem obiektów uniwersum ontologicznego. „Dobry" system zestawów obiektów z uniwersum X to system spełniający następujące własności:

(τ_1) X oraz zbiór pusty jest zestawem.

(τ_2) Teoriomnogościowa suma każdej liczby zestawów jest zestawem.

(τ_3) Teoriomnogościowy iloczyn każdych dwóch zestawów jest zestawem.

Warunek (τ_1) wynika z dwóch pozostałych, dodajemy go dla przejrzystości. W taki sposób z obiektów powstały takie zestawy obiektów, że każdy tego typu system zestawów jest topologią na zbiorze X. Zbiór X wraz z topologią τ nazywamy przestrzenią topologiczną i oznaczamy (X, τ). Propozycja nasza jest zatem w istocie stopologizowaniem uniwersum ontologicznego, tzn. dopuszczeniem takich tylko systemów zestawień obiektów, które spełniają warunki (τ_1) – (τ_3), tzn. takich, które tworzą topologię.

Niech $X = \{x, y, z\}$, wtedy system zestawów $\{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y, z\}\}$ nie jest „dobrym" w wyżej zdefiniowanym sensie systemem, ponieważ należą do niego zbiory $\{x\}$ oraz $\{y\}$, ale nie należy ich suma $\{x, y\}$. System zaś zestawów $\{\emptyset, \{y\}, \{x, y, z\}\}$ jest „dobrym" zestawem, spełnia bowiem warunki (τ_1) – (τ_3). Dodajmy, że na trójelementowym zbiorze obiektów można określić 29 różnych topologii.

Dlaczego proponujemy, aby systemy zestawów były topologiami? J. Perzanowski sam twierdził, że ontologię wiele łączy z matematyką, a w szczególności z topologią.

[7] *Ibidem*, s. 99.

Studia Philosophica Wratislaviensia 9, 2014 z. 4,
© for this edition by CNS

Ontologia podobna jest do matematyki. [...] Ontologia rozważa wszystkie możliwości, z początku traktując je równorzędnie. Teorie swe różnicuje dopiero wskutek porównania. [...] ontologia podobna jest do abstrakcyjnych dyscyplin matematycznych lub odpowiednich dyscyplin nauk przyrodniczych. Weźmy na przykład topologię. Topologia ogólna jest generalną dyscypliną matematyczną dotyczącą ciągłości, zaś topologie szczegółowe rozważają poszczególne typy przestrzeni topologicznych, np. rozmaitości różniczkowe[8].

Perzanowski, mimo że wspomniał o topologii w tym samym tekście (wspominał o topologii również w innych tekstach, np. w rozprawie *Logiki modalne a filozofia*[9]), w którym zbudował podwaliny swojego ujęcia ontologii *in toto*, nie zastosował wprost pojęć topologicznych do rozważań ontologicznych. Stopologizowanie uniwersum ontologicznego jest jednak zgodne z duchem filozofii Perzanowskiego. Topologiczne narzędzia wydają się w tym miejscu zupełnie naturalne, a do tego, jak pokażemy, owocne. Dodajmy, że nasze podejście zgodne jest z ogólną maksymą Marshalla H. Stone'a: *One always must topologize*[10], oraz ze współczesnymi rozważaniami ontologicznymi[11] i przyrodniczymi[12].

Topologia staje się swoistym ontologicznym *a priori*, jest warunkiem możliwości poznania ontologicznego — wyznacza granice jego możliwości. Wielość, ogólność i różnorodność przestrzeni topologicznych[13] pozwala z wielkim naddatkiem na opisanie całej gamy ontologicznych możliwości. Topo-ontologia zaś nabiera charakteru transcendentalnego.

Co więcej, jak uważamy wbrew B. Smithowi, pozwala ona na przełamanie dwóch zasadniczych nastawień ontologicznych: nastawienia punktowego i bezpunktowego. Ze zbioru punktów bowiem można utworzyć przestrzeń topologiczną, której własności, takie jak spójność czy zwartość, można z powodzeniem badać przy użyciu podstawowych pojęć topologicznych. Różnica punktowy/bezpunktowy swoją ważność utrzymuje jedynie w porządku logicznym, nie zaś przedmiotowym. Innymi słowy okoliczność, czy badania topo-ontologiczne rozpoczynamy od nierozciągłych punktów, czy rozciągłych brył staje się z perspektywy rezultatów (teorii ontologicznej) nie tak ważna, jak się *prima facie* wydaje. Doświadczenie brył można z powodzeniem opisać zarówno w paradygmacie punktowym, jak i bezpunktowym.

2.1. Topologia

Aby wskazać na ontologiczne zastosowania topologizacji uniwersum ontologicznego potrzebujemy wprowadzić kilka elementarnych pojęć topologicznych[14].

[8] *Ibidem*, s. 89.

[9] J. Perzanowski, *Logiki modalne a filozofia*, [w:] *Jak filozofować? Studia z metodologii filozofii*, J. Perzanowski (red.), Warszawa 1989, s. 276–277.

[10] T. Mormann, *Topologia jako zagadnienie dla historii filozofii nauki*, „Lectiones & Acroases Philosophicae" V, 1 (2012), s. 83–100.

[11] Zob. B. Smith, *Ontologia i logiczna analiza rzeczywistości*, „Filozofia Nauki" 1 (1994), s. 3–21.

[12] Zob. B. Broda, *Fizyka i topologia*, „Postępy Fizyki" 55 (2004), s. 120–122.

[13] Dla ogólnego rozeznania zob. L.A. Steen, J.A. Seebach Jr., *Counterexamples in Topology*, New York 1978.

[14] Definicje podstawowych pojęć topologicznych Czytelnik może odnaleźć w wielu monografiach i podręcznikach do topologii, na przykład: R. Engelking, *Topologia ogólna*, Warszawa 2012.

© for this edition by CNS

Niech (X, τ) będzie przestrzenią topologiczną. Zbiory z topologii τ nazywamy zbiorami *otwartymi*, ich dopełnienia zbiorami *domkniętymi*. *Wnętrzem* zbioru $A \subseteq X$ nazywamy największy zbiór otwarty zawarty w A. Domknięciem $A \subseteq X$ nazywamy najmniejszy zbiór domknięty, w którym A jest zawarty. Zbiory, których domknięcie jest równe całej przestrzeni X, nazywamy zbiorami *gęstymi* w X. Równoważnie, zbiór A jest gęsty w X, gdy ma punkt wspólny z każdym niepustym zbiorem otwartym w X. Zbiór A nazywamy brzegowy w X, gdy jego wnętrze jest puste. Jeśli domknięcie zbioru A jest brzegowe w X, to zbiór A nazywamy *nigdziegęstym* w X. Innymi słowy zbiór A jest nigdziegęsty w przestrzeni X, gdy wnętrze domknięcia A jest zbiorem pustym. Przestrzeń X jest spójna, jeśli nie jest sumą dwóch niepustych rozłącznych zbiorów otwartych. Inaczej mówiąc, przestrzeń jest spójna wtedy, gdy nie zawiera zbiorów otwarto-domkniętych różnych od $\emptyset$ oraz X.

Jeśli istnieje bijektywna funkcja obustronnie ciągła pomiędzy dwiema przestrzeniami topologicznymi, to mówimy, że przestrzenie te są homeomorficzne — z perspektywy topologii są identyczne. Niezmienniki homeomorfizmów nazywamy własnościami topologicznymi. Przestrzeń zawierająca gęsty zbiór przeliczalny nazywana jest przestrzenią ośrodkową.

Dowolny niepusty zbiór X z funkcją $\varrho\colon X \times X \to [0, \infty)$, spełniającą następujące trzy warunki:

1. $\varrho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$,
2. $\varrho(x, y) = \varrho(y, x)$,
3. $\varrho(x, z) \leqslant \varrho(x, y) + \varrho(y, z)$,

dla dowolnych $x, y, z \in X$, nazywamy przestrzenią metryczną. Funkcję ϱ nazywamy metryką w X, a wartość $\varrho(x, y)$ odległością między punktami x, y w przestrzeni metrycznej X. Otwartą kulą $B(x, r)_\varrho$ o środku w punkcie x oraz promieniu r w metryce ϱ nazywamy zbiór $\{y \in X\colon \varrho(x, y) < r\}$. Każda przestrzeń metryczna jest przestrzenią topologiczną, otwarte kule w przestrzeni metrycznej stanowią bowiem bazę tej przestrzeni, tzn. dowolne sumy kul generują topologię przestrzeni metrycznej zgodną z odpowiednią metryką. Przestrzeń nazywamy metryzowalną, jeśli istnieje metryka na tej przestrzeni wyznaczająca topologię zgodną z topologią wyjściową.

2.1.1. Przykład I uniwersum topo-ontologicznego

Niech uniwersum ontologiczne $(\mathbb{R}, \leqslant)$ złożone będzie z liczb rzeczywistych $\mathbb{R}$ oraz relacji bycia mniejszym lub równym $\leqslant$ jako relacji bycia częścią. W uniwersum tym nie ma superelementów, nie istnieje bowiem najmniejsza liczba rzeczywista, nie ma elementów, ponieważ nie ma takiej liczby, od której mniejsze są tylko superelementy, dla dowolnej liczby jej substancja jest pusta. Jeśli nie ma elementów, to kompleksami są wszystkie liczby rzeczywiste, zatem całe uniwersum złożone jest z kompleksów. Załóżmy dla prostoty, że x umożliwia y wtedy i tylko wtedy, gdy x jest prostszy od y. Wtedy każdy obiekt jest ontycznie ufundowany, dla każdej bowiem liczby rzeczywistej istnieje inna liczba od niej mniejsza. Nie istnieje taka liczba rzeczywista, która jest większa od każdej innej, zatem nie istnieje obiekt

© for this edition by CNS

konieczny w tym uniwersum ontologicznym. Nie istnieje również obiekt centralny, ponieważ nie istnieje najmniejsza liczba rzeczywista. Substancja jest pusta, nie istnieją bowiem elementy w naszym uniwersum. Zatem nie istnieje kompleks umożliwiony przez substancję, tzn. nie istnieją sytuacje. Stąd wynika, że nie istnieją również światy możliwe. Otrzymane zatem uniwersum jest ontologicznie ubogie.

Dotąd określaliśmy obiekty z uniwersum za pomocą narzędzi z „czystej" ontologii kombinacyjnej. Topo-ontologia umożliwia nam jednak precyzyjniejszą charakterystykę naszego uniwersum. Rozważmy prostą $\mathbb{R}$ wraz z topologią generowaną otwartymi odcinkami, tzn. z topologią euklidesową. Zbiór obiektów owocnych ontycznie i obiektów ufundowanych jest całym uniwersum, jest w oczywisty sposób gęsty w uniwersum. Jest też spójny, ponieważ prosta jest spójna. Nie jest jednak zwarty, ponieważ pokrycie $(-n, n)$ dla $n \in \mathbb{N}$ nie zawiera podpokrycia skończonego. Niech $r \in \mathbb{R}$, wtedy zbiór wszystkich obiektów, które umożliwiają r (substancja r, przy założeniu, że relacja bycia prostszym i relacja umożliwiana są identyczne), tzn. półprosta jest zbiorem spójnym. Zauważmy również, że prosta $\mathbb{R}$ jest homeomorficzna z otwartym odcinkiem jednostkowym, bycie zatem ograniczonym (zawieranie się w otwartej kuli) nie jest niezmiennikiem homeomorfizmów. Zatem mimo że prosta jest nieograniczona, to uniwersum nasze (w pewnej homeomorficznej odsłonie) nie jest nieograniczone, odcinek jednostkowy zawiera się bowiem w jakiejś otwartej kuli, niech to będzie otwarty odcinek dwa razy większy. Otrzymaliśmy zatem uniwersum bez obiektów centralnego i koniecznego, uniwersum nieograniczone w pewnej odsłonie, ograniczone zaś w odsłonie innej.

Dzięki pojęciom topo-ontologicznym możemy powiedzieć więcej o tym, w jaki sposób leżą obiekty w naszym uniwersum (topologia była określana również mianem *Analysis Situs*). W jaki sposób leży na prostej np. zbiór liczb wymiernych? Jest w jakimś sensie wszędzie na prostej, ale nie jest całą prostą. W topologii euklidesowej prostej domknięcie $\mathbb{Q}$ jest całą $\mathbb{R}$, tzn., że $\mathbb{Q}$ jest gęsty w $\mathbb{R}$. Zbiór zaś liczb naturalnych $\mathbb{N}$ z pewnością inaczej leży na prostej, luki pomiędzy liczbami naturalnymi są „większe". Zbiór $\mathbb{N}$ nie jest gęsty na $\mathbb{R}$, ponieważ jego domknięcie jest jemu równe, jest brzegowy na $\mathbb{R}$, ponieważ jego wnętrze jest puste, jest nigdziegęsty (rzadki), ponieważ jego domknięcie jest brzegowe.

Ramy czystej ontologiki kombinacyjnej są zbyt ubogie, aby opisać położenie wybranych obiektów we wszystkich odsłonach (homeomorficznych obrazach, tzn. przestrzeniach topologicznie identycznych z wyjściową przestrzenią) uniwersum ontologicznego. Topologia wprawdzie nie jest „czuła" na geometryczne własności jak kąty, długości czy kształty, niezmienniki jednak homeomorfizmów leżą „głębiej" w strukturze przedmiotu. Otwarty odcinek (łuk) jest tym samym, co odcinek rozciągnięty do długości dwa razy większej, jest również tym samym, co odcinek ściśnięty do długości trzy razy mniejszej i lekko powyginany, przyjmujący np. formę sinusoidy. Sfera bez jednego punktu jest homeomorficznie tym samym, czym jest płaszczyzna. Homeomorfizm ten łatwo sobie wyobrazić. Załóżmy, że sfera jest bez szczytowego punktu, a płaszczyzna jest pod sferą. Rzucając wtedy z tego brakującego punktu sfery strumień światła w każdym kierunku (w stronę sfery), przyporządkowujemy tym samym każdemu punktowi przecięcia się światła i sfery punkt przecięcia się światła i płaszczyzny. To przyporządkowanie jest poszuki-

© for this edition by CNS

wanym homeomorfizmem. Topologia dostarcza wielu pojęciowych narzędzi, które wysubtelniają rozważania ontologiczne, pozwalają na różnicowanie i analizę.

2.1.2. Przykład II uniwersum topo-ontologicznego

Rozważmy domknięty odcinek jednostkowy $[0, 1]$ z topologią euklidesową oraz relacją bycia mniejszym lub równym jako relacją bycia prostszym. Załóżmy jak poprzednio, że relacja bycia prostszym jest identyczna z relacją umożliwiania. W tym uniwersum istnieje superelement, jest nim obiekt 0. Nie istnieją elementy, ponieważ nie ma liczby rzeczywistej bezpośrednio następującej w sensie relacji bycia mniejszym po 0. Substancja w tym uniwersum jest pusta. Kompleksami zatem są wszystkie punkty uniwersum. Nie ma w uniwersum substancji, zatem nie ma w nim też sytuacji i światów możliwych. Każdy obiekt jest koherentny, ponieważ umożliwia sam siebie. Pomijając 0, wszystkie obiekty są ufundowane, pomijając 1, każdy obiekt jest owocny ontycznie. 0 jest centralnym obiektem, umożliwia bowiem wszystkie inne z uniwersum, 1 jest obiektem koniecznym, umożliwiana jest bowiem przez wszystkie inne obiekty.

Zauważmy, że utożsamienie obiektu centralnego z obiektem koniecznym doprowadziłoby do zmiany (zapewne pożądanej przez Parmenidesa) formy topologicznej uniwersum z odcinka na okrąg. Istotność tej zmiany polega na tym, że te dwa obiekty nie są homeomorficzne, są topologicznie różne.

Rozważana przestrzeń jest zwarta, jest bowiem domknięta i ograniczona, jest również spójna. Obiekty 0 i 1 są szczególnie ważne w przestrzeni $[0, 1]$. Są to jedyne dwa obiekty nieseparujące tej przestrzeni, tzn. po usunięciu każdego różnego od nich obiektu przestrzeń staje się niespójna. Otrzymane zatem uniwersum posiada metafizycznie dziwne własności: istnieje obiekt centralny oraz różny odeń obiekt konieczny ale ich usunięcie nie powoduje utraty spójności. Usunięcie co najmniej jednego z nich powoduje jednak utratę zwartości uniwersum.

2.1.3. Przykład III topo-ontologicznego uniwersum o nieskończenie wielu wymiarach

Przestrzeń $[0, 1]$ jest przestrzenią jednowymiarową w sensie topologicznym. Zwiększając wymiar uniwersum do wymiaru nieskończonego (ale przeliczalnego), biorąc produkt (na wzór matematycznego modelowania czasoprzestrzeni z czasu i przestrzeni) $[0, 1]$ nieskończenie przeliczalnie wiele razy otrzymamy przestrzeń nazywaną kostką Hilberta $\mathcal{H}$ — nieskończenie wymiarowy odpowiednik kostki trójwymiarowej. Topologię tej przestrzeni generuje jej metryka:

$$\varrho((x_n), (y_n)) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} |x_n - y_n|.$$

Punktem przestrzeni Hilberta jest nieskończony ciąg liczb z przedziału $[0, 1]$. Jest to przestrzeń spójna i zwarta. Co więcej, każda przestrzeń ośrodkowa metryczna jest zanurzalna w $\mathcal{H}$ — fakt ten wyróżnia kostkę Hilberta jako przestrzeń uniwersalną dla przestrzeni metrycznych i ośrodkowych.

Aby uprawiać ontologię w kostce Hilberta, należy odpowiednio zdefiniować relację bycia prostszym. Zrobić to można, w zależności od potrzeb, na wiele sposobów. Każdy punkt kostki x opisywany jest przez nieskończoną liczbę parametrów

Studia Philosophica Wratislaviensia 9, 2014 z. 4,
© for this edition by CNS

$x = (x_1, x_2, \dots)$. Możemy przyjąć, że punkt x jest prostszy od punktu y wtedy, gdy liczba niezerowych współrzędnych punktu x jest mniejsza od liczby niezerowych współrzędnych punktu y. Jeśli zaś punkty x i y mają nieskończoną liczbę niezerowych współrzędnych, to są nieporównywalne w sensie relacji bycia prostszym. Wtedy np. punkt x ze współrzędnymi niezerowymi na parzystych współrzędnych jest bardziej złożony (konwers relacji bycia prostszym) niż każdy inny punkt posiadający skończenie wiele współrzędnych niezerowych. Intuicja stojąca za tą definicją jest taka, że bycie prostszym polega na byciu określonym w mniejszej liczbie wymiarów, czyli upraszczając i mówiąc niezbyt ściśle, bycie prostszym to bycie mniej wymiarowym. Podobnie jak zrobiliśmy wcześniej, dla prostoty zakładamy identyczność relacji bycia prostszym oraz umożliwiania. Zauważmy, że punkt $\mathbf{0} = (0, 0, 0, \dots)$ jest punktem najprostszym, zatem jest superelementem, jest również obiektem centralnym. Elementami są punkty, których współrzędne są równe 0 na wszystkich miejscach oprócz jednego. Elementy są jakby jednowymiarowymi (bądź określonymi w jednymi wymiarze) obiektami. Substancja uniwersum składa się z elementów, czyli „jednowymiarowych" obiektów. Kompleksem jest wszystko to, co nie jest elementem. Sytuacjami są wszystkie punkty, które posiadają dwie i więcej niezerowych współrzędnych; światy możliwe to punkty, które na nieskończenie wielu osiach są niezerowe. Światy możliwe są zatem nieskończenie wymiarowymi obiektami (bądź ściślej obiektami pozytywnie określonymi w nieskończenie wielu wymiarach), innymi słowy — światy możliwe to nieskończenie wymiarowe sytuacje. Ontologicznie ciekawy jest fakt, że zbiór światów możliwych jest gęsty w tym uniwersum.

W wyżej określonej przestrzeni $\mathcal{H}$ każdy obiekt jest owocny ontycznie, każdy też jest ufundowany. Jest to przykład przestrzeni racjonalisty ontologicznego, o którym szczegółowo będziemy pisać poniżej.

Zaprezentowane tutaj topologiczne ujęcie metafizyki światów możliwych jest związane z ideą ontologii kombinacyjnej Perzanowskiego. Warto jednak zestawić to ujęcie z nieco odmiennym ujęciem zaproponowanym przez Skyrmsa oraz Mormanna, a inspirowanym filozofią Wittgensteina i Armstronga. T. Mormann proponuje, aby światy możliwe były pewnymi rodzajami odwzorowań zbioru indywiduów w zbiór własności. Zbiory indywiduów oraz własności mogą zostać odpowiednio stopologizowane w tzw. Heytingowskiej odsłonie bądź, ogólniej, zalgebraizowane w tzw. Borelowskiej odsłonie. Szczegóły oraz bibliografia znajdują się w pracy Mormanna *Topological Aspects of Combinatorial Possibility*[15].

2.1.4. Ontologia zdarzeń

Ontologia kombinacyjna jest dla Perzanowskiego ontologią podstawową, ontologia zdarzeń jest sprowadzalna do ontologii kombinacyjnej. Zdarzenie to historia kombinacji. Postulujemy tutaj, aby ująć uniwersa ontologiczne jako przestrzenie topologiczne. Wtedy zdarzeniem jest system „przechodzenia w siebie" uniwersum (bądź jego części). „Przechodzenie" można ująć na różne sposoby, może nim być homeomorfizm w siebie, może także tylko ciągłe przekształcenie. W ten sposób

[15] T. Mormann, *Topological Aspects of Combinatorial Possibility*, „Logic and Logical Philosophy" 5 (1997), s. 75–92.

© for this edition by CNS

teorią zdarzeń staje się po prostu dynamika topologiczna, która bada układy dynamiczne, używając pojęć topologicznych[16].

2.2. Topo-ontologiczny racjonalizm

J. Perzanowski w pracy *Logiki modalne a filozofia*[17] rozważa różne ujęcia *dictum* racjonalisty ontologicznego: *nihil sine ratione est*, ujęcia m.in. w wypracowanej wcześniej ontologice kombinacyjnej. Formalizacja *dictum* ontologicznego racjonalisty może przybrać formę: *każdy obiekt jest ufundowany* lub *każdy obiekt jest owocny ontycznie*, lub jeszcze inaczej: *każdy obiekt w uniwersum jest umożliwiany przez wszystkie światy albo jest nieumożliwiany przez wszystkie światy* lub jeszcze inaczej.

Topologizacja uniwersum $\mathcal{U}$ pozwala wysubtelnić strukturę uniwersum racjonalisty, wprowadzić więcej różnic. Uniwersum racjonalisty to uniwersum uporządkowane, uniwersum niechaotyczne, uniwersum jakoś zdeterminowane. *Uporządkowanie*, *niechaotyczność* czy *zdeterminowanie* można określać w topologii np.: (a) używając aksjomatów oddzielania, im wyższy aksjomat, tym „lepsza" topologiczna forma przestrzeni; (b) czysto ilościowo, tzn. zakładając, że zbiór obiektów ufundowanych jest zbiorem drugiej kategorii Baire'a, tzn. nie można go przedstawić za pomocą przeliczalnej sumy zbiorów nigdziegęstych, mówiąc intuicyjnie, jest on zbiorem dużym; (c) dobierając przestrzeń metryzowalną, tzn. przestrzeń z określoną funkcją odległości zgodną z topologią, wtedy dla każdych dwu elementów można wskazać ich „ontologiczną odległość", zatem każde dwa elementy byłyby w jakiejś odległości od siebie, byłyby w ten sposób „uporządkowane"; (d) nakładając na przestrzeń (złożoną tylko z obiektów np. ufundowanych) warunek jednorodności, tzn. każdy punkt przestrzeni można przez homeomorfizm na siebie przesunąć na dowolny inny, tzn. gdy dla dowolnych $x, y \in X$ istnieje homeomorfizm $f\colon X \to X$ taki, że $f(x) = y$, innymi słowy — przestrzeń jest wszędzie taka sama, jej punkty są topologicznie nierozróżnialne; (e) zbiór obiektów ufundowanych jest spójną podprzestrzenią X, zbiór obiektów nieufundowanych jest całkowicie niespójną podprzestrzenią X; itd.

Każdy z punktów (a)–(d) mówi coś innego o strukturze przestrzeni. Punkt (a) wskazuje na *sui generis* rozciągłość przestrzeni, im wyższy aksjomat oddzielania, tym na więcej sposobów można oddzielić od siebie punkty uniwersum, ale także na więcej sposobów można je dodać do siebie. Przykładowo aksjomat T_2 (przestrzenie spełniające ten aksjomat nazywamy przestrzeniami Hausdorffa) stwierdza, że każde dwa różne punkty można oddzielić od siebie za pomocą dwóch rozłącznych zbiorów otwartych. Aksjomat — aby podać jeszcze jeden przykład — T_4 stwierdza, mówiąc z grubsza, że każde dwa rozłączne zbiory domknięte można oddzielić zbiorami rozłącznymi otwartymi. Oddzielanie to różnicowanie, im wyższy aksjomat oddzielania jest spełniony, tym więcej różnic można przeprowadzić w uniwersum. Punkt (c) wyróżnia moment mierzalności jakości ontologicznych, punkt (d) uznałby racjonalista przekonany o jednorodnej budowie uniwersum, punkt (e) uznałby umiarkowany racjonalista ontologiczny przekonany, że uniwersum składa się za-

[16] M. Brin, G. Stuck, *Introduction to Dynamical Systems*, Cambridge 2002, s. 28–52.
[17] J. Perzanowski, *Logiki modalne...*, s. 330–333.

Studia Philosophica Wratislaviensia 9, 2014 z. 4,
© for this edition by CNS

sadniczo z dwu warstw: „dobrej", której części są ze sobą połączone, współgrają, oraz „złej", tzn. takiej, której części są zarazem nieufundowane oraz całkowicie od siebie pooddzielane, rozłączne.

3. Wnioski

Nakładając na możliwe kombinacje elementów topologiczne ograniczenie postępujemy podobnie do Kanta. Czas i przestrzeń były dla Kanta transcendentalnymi formami apercepcji. Ograniczały one ludzkie poznanie, jednocześnie je umożliwiając. Przestrzeń zgodnie z duchem tamtych czasów, tzn. duchem Newtona, była przestrzenią euklidesową. Ograniczenie takie dzisiaj nie jest zasadne. Proponujemy, podobnie zresztą do wczesnych pomysłów Carnapa, aby ową transcendentalną formą była topologią wraz ze swoimi strukturami. Kajdany topologiczne z pewnością nie związują rąk tak mocno, jak związuje je przestrzeń euklidesowa. Topologia dostarcza bardzo ogólnych przestrzeni, często nieeuklidesowych i osobliwych, choćby continuów dziedzicznie nierozkładalnych[18]. Topologiczne ograniczenie struktury uniwersów ontologicznych nie jest zatem prawdziwym ograniczeniem, jest raczej otworzeniem się na nowe formy przestrzeni, na topologiczne *a priori*.

Poprzez topologizację przestrzeni ontologicznej $\mathcal{U}$, jak widzieliśmy, mamy dostęp do wielu narzędzi współczesnej topologii i topologii algebraicznej. Jednym z możliwych obszarów zawierających filozoficznie interesujące pojęcia może być zagadnienie ontologicznego *wymiaru*. Używając kostki Hilberta, przedstawiliśmy pewną próbę połączenia pojęcia wymiaru z pojęciami ontologicznymi. *Wymiar* topologiczny jest jednak zagadnieniem złożonym, nie ma jednej teorii wymiaru[19]. Choć zagadnienie to jest w topologii dobrze zbadane. Postulujemy, że badania nad wymiarem ontologicznym powinny czerpać inspiracje z badań nad wymiarem topologicznym w sensie szerszym i ściślejszym, niż przedstawiliśmy to w tym artykule[20]. Według naszej wiedzy badań takich jeszcze w ontologii nie przeprowadzono, mimo że wymiar rozważanego uniwersum ontologicznego jest jedną z najbardziej istotnych jego charakterystyk.

Zauważmy, że rozważane topologizacje ontologicznych uniwersów były bądź euklidesowe, bądź w pewnym sensie standardowe. Nie rozważaliśmy niestandardowych topologizacji (przegląd tego typu topologii znajduje się w cytowanej książce *Counterexamples in Topology*), które często wyprowadzają poza standardowy i euklidesowy paradygmat. Powiedzmy dla przykładu, że zbiór liczb rzeczywistych $\mathbb{R}$ dopuszcza topologizację na wiele innych sposobów, np. przy użyciu topologii strzałki σ, w której przestrzeń $(\mathbb{R}, \sigma)$ jest całkowicie niespójna oraz nie jest metryzowalna.

W ostatnich latach zauważalne jest zainteresowanie filozofów topologią[21]. Topologia i logika powstawały w podobnym czasie oraz przy dużym udziale polskich

[18] Zob. J. Mioduszewski, *Wykłady z topologii. Zbiory spójne i kontinua*, Katowice 2003, s. 158–159.

[19] Zob. R. Duda, *O pojęciu wymiaru*, Warszawa 1972.

[20] Zob. B. Skowron, *Mereotopology*, [w:] *Handbook of Mereology*, H. Burkhardt, J. Seibt, G. Imaguire (red.) (w druku).

[21] Zob. numer czasopisma „The Monist" pod red. B. Smitha i W. Żełańca: *Topology for Philosophers*, „The Monist", 79 (1996); cytowany artykuł K. Fine'a: *Part–whole*; T. Mormann,

Studia Philosophica Wratislaviensia 9, 2014 z. 4,
© for this edition by CNS

matematyków i logików, jednak topologia nie była przedmiotem tak intensywnego zainteresowania filozofów, jak logika[22]. Warto również wspomnieć o pionierskich, niedocenionych pracach Bornsteina[23], który w pierwszej połowie XX wieku zbudował metafizykę geometryczną, używając w tym celu płaszczyzny rzutowej i specjalnych konstrukcji na niej definiowanych. Istotnie, gdy B. Bornstein wspominał o geometrii kategorialnej, miał na myśli topologię. Nasza praca jest przeprowadzona w zgodzie z ogólnymi ideami metafizycznymi Bornsteina — choć daleko przekracza różnorodność wykorzystanego *tworzywa*, ustalona dwuwymiarowa rozmaitości to tylko jedno z możliwych tworzyw ontologicznych.

Combination topo-ontology

Summary

Perzanowski's combination ontologic is the ontology of elements and their combinations. Perzanowski, after Leibniz, concluded that combinations are defined by internal features of elements which decide about the structure of connections between the elements, i.e. whether one element is connected with another depends on the elements' inside. We present a view that the structure of combination depends in the first place on structural, topological and *a priori* forms and then it can be determined by the features of elements. We suggest enriching the structure of ontological universe by its topologisation. The presented examples of ontological worlds prove that this is sensible and necessary. While modelling the ontological universe with the use of Hilbert's cube we show the relations between the notion of dimension and the notions of situation and possible world. We also suggest new interpretation of ontological rationalism.

Topologia jako zagadnienie dla historii filozofii nauki, „Lectiones & Acroases Philosophicae" 5 (2012), s. 83–100 oraz B. Smith, *Ontologia i logiczna...*. Zob. również naszą próbę zastosowania topologii do analizy form rozciągłości: B. Skowron, *The Forms of Extension*, [w:] *Substantiality and Causality*, M. Szatkowski, M. Rosiak (red.), Boston–Berlin 2014, s. 175–187.

[22] T. Mormann, *Topologia jako...*.

[23] Zob. B. Bornstein, *Teoria Absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, Societas Scientiarum Lodziensis, Łódź 1948. Na twórczość Bornsteina uwagę naszą zwrócił, za co dziękujemy, prof. A. Olszewski.

Studia Philosophica Wratislaviensia 9, 2014 z. 4,
© for this edition by CNS